

非エルミート系のトポロジー

-ハルデン模型の接合系への適用-

物理工学科4年 久田淳司

目次

- 背景 : 特別輪講で勉強したこと
- 先行研究
- 研究内容
 - 問題設定
 - 計算結果
- 考察
- まとめ

背景 -特別輪講で勉強したこと-

レビュー論文

E.J. Bergholts *et al.*, "Exceptional topology of non-Hermitian systems",
Rev. Mod. Phys. **93**, 015005 (2021) →非エルミート系のトポロジー

[非エルミート系について]

$$H = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (a \neq 1 \text{ で } H \neq H^\dagger) \quad \psi_\pm = \begin{pmatrix} \pm\sqrt{a} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{:直交しない}$$

$$E = \pm\sqrt{a} \quad a = 0 \rightarrow \text{Exceptional point(EP点)}$$

固有値、固有ベクトルともに縮退

背景 -非エルミートのトポロジー-

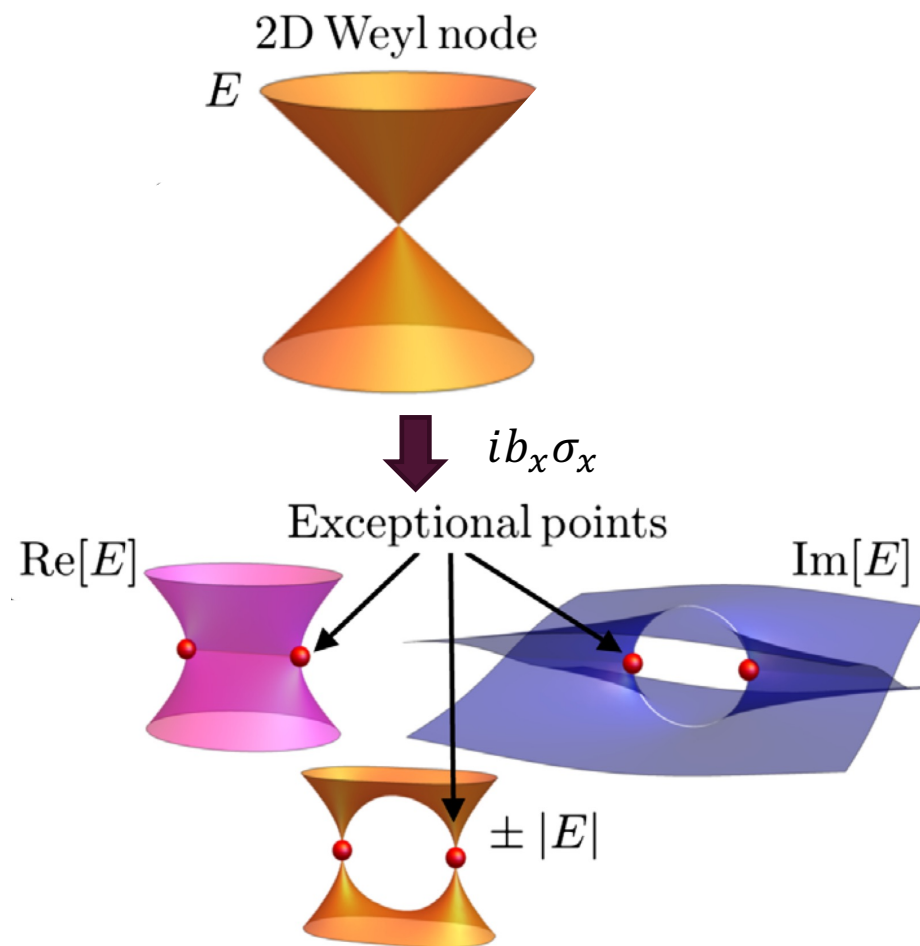
[Non Hermite(NH) Weyl phase]

$H = k_x\sigma_x + k_y\sigma_y$ に対して $ib_x\sigma_x$ を加える
非エルミート項

複素エネルギー

$$E_{\pm} = d_0 \pm \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - b_x^2 + 2k_x b_x i}$$

$(k_x, k_y) = (0, \pm b_x)$ で EP点発生



背景 -応用例-

応用例

- ・ マヨラナ粒子に関する散逸系

N. Shibata , H. Katsura, PRB **99**, 1740303(2019)

- ・ 二つの物質を接合させた系(開放系) ← この応用例について研究

E.J. Bergholtz , J.C. Budich , PRR **1** , 012003(R)(2019)

- ・ 左右のhopping強度が異なる系

S.Yao, Z.Wang , PRL **121**, 086803(2018)

- ・ 開放系におけるセンサー感度

J.Wiersig , PRA **93** , 033809(2016)

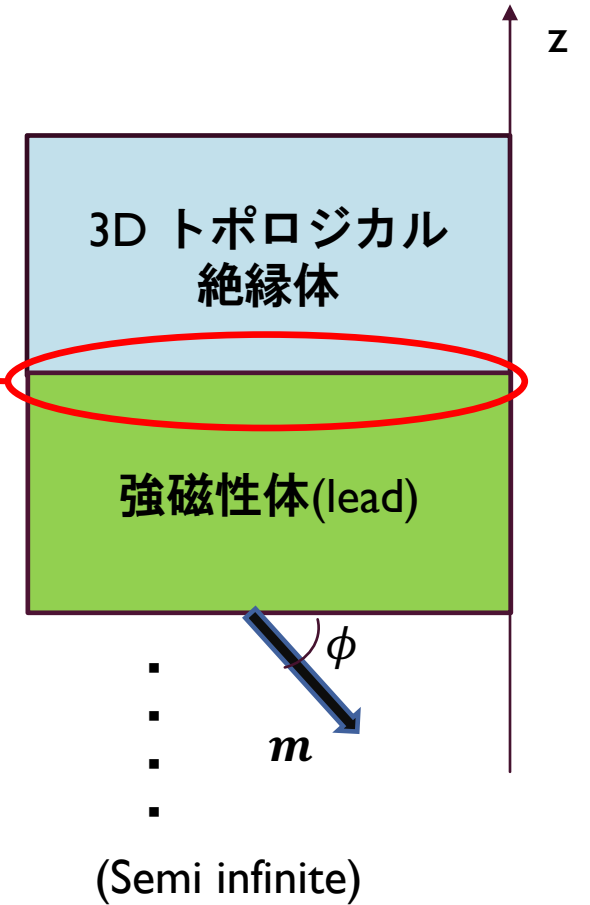
先行研究 -問題設定-

問題設定：3Dトポロジカル絶縁体(3DTI)と強磁性体を接合させる(ヘテロ構造)

$$H_{\text{eff}} = \frac{\lambda(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)}{\text{3DTIの表面状態を表す項}} + \frac{\Sigma_L(m, \phi)}{\text{自己エネルギー項}}$$

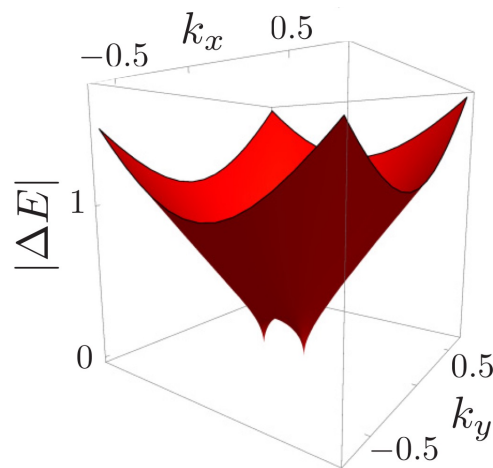
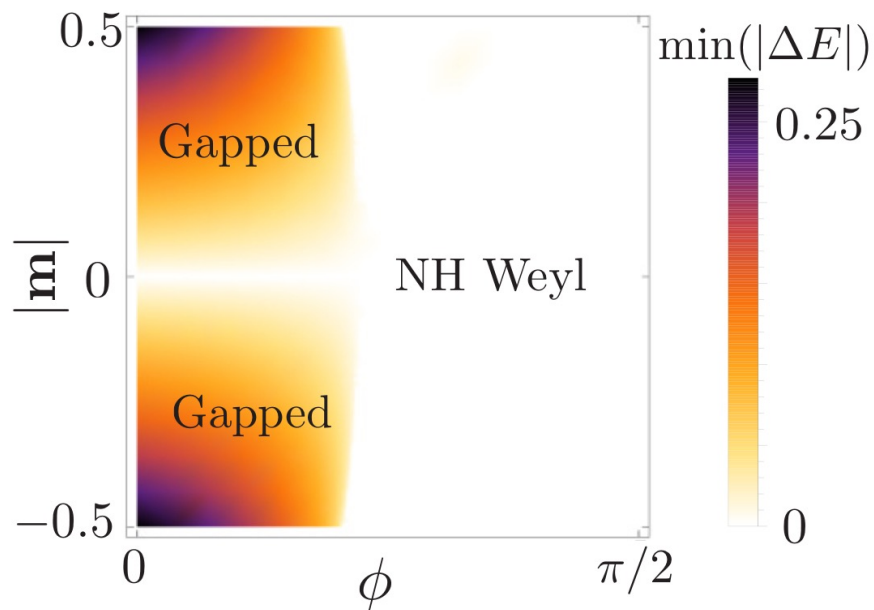
強磁性体(lead)の効果を表す項(非エルミート項)

表面状態に注目



先行研究 -結果-

表面状態に対して自己エネルギー項(非エルミート項)が加わると
NH Weyl Phase の出現

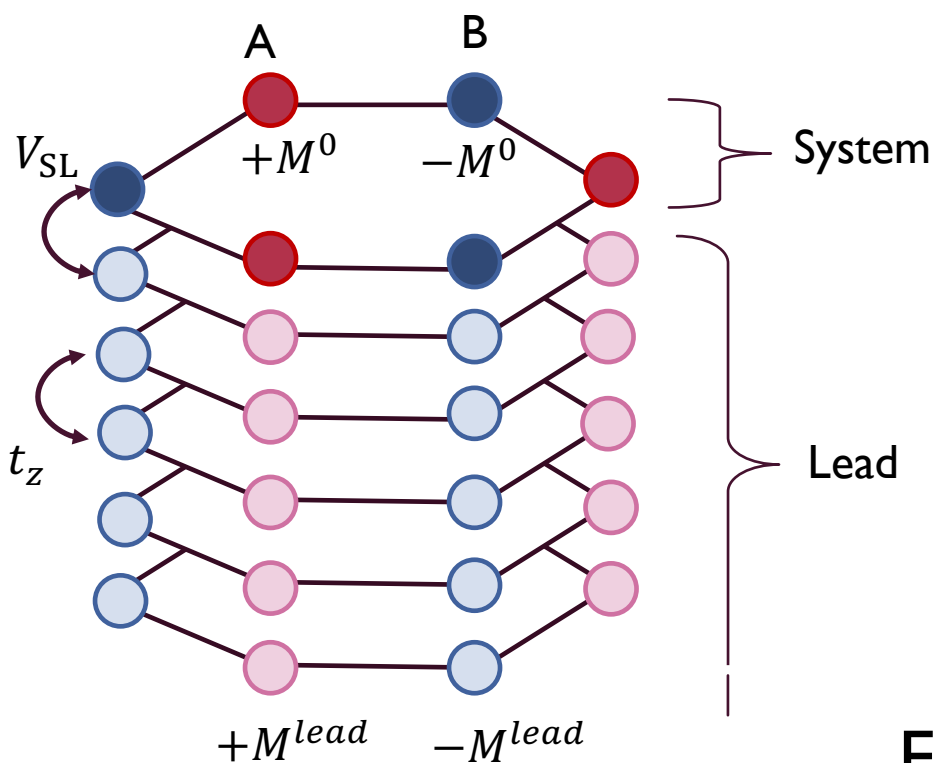


強磁性体の磁気モーメントの
方向を変化させることによって
NH Weyl Phase の
出現の有無を制御できる

E.J. Bergholtz, J.C. Budich, PRR 1, 012003(R) (2019)

NH Weyl Phase が出現する点でのバンド構造

研究内容 -問題設定-



3DTIの表面状態を表すモデルであるハルデンモデルに対してLeadとして同じ格子系のものを積層させる

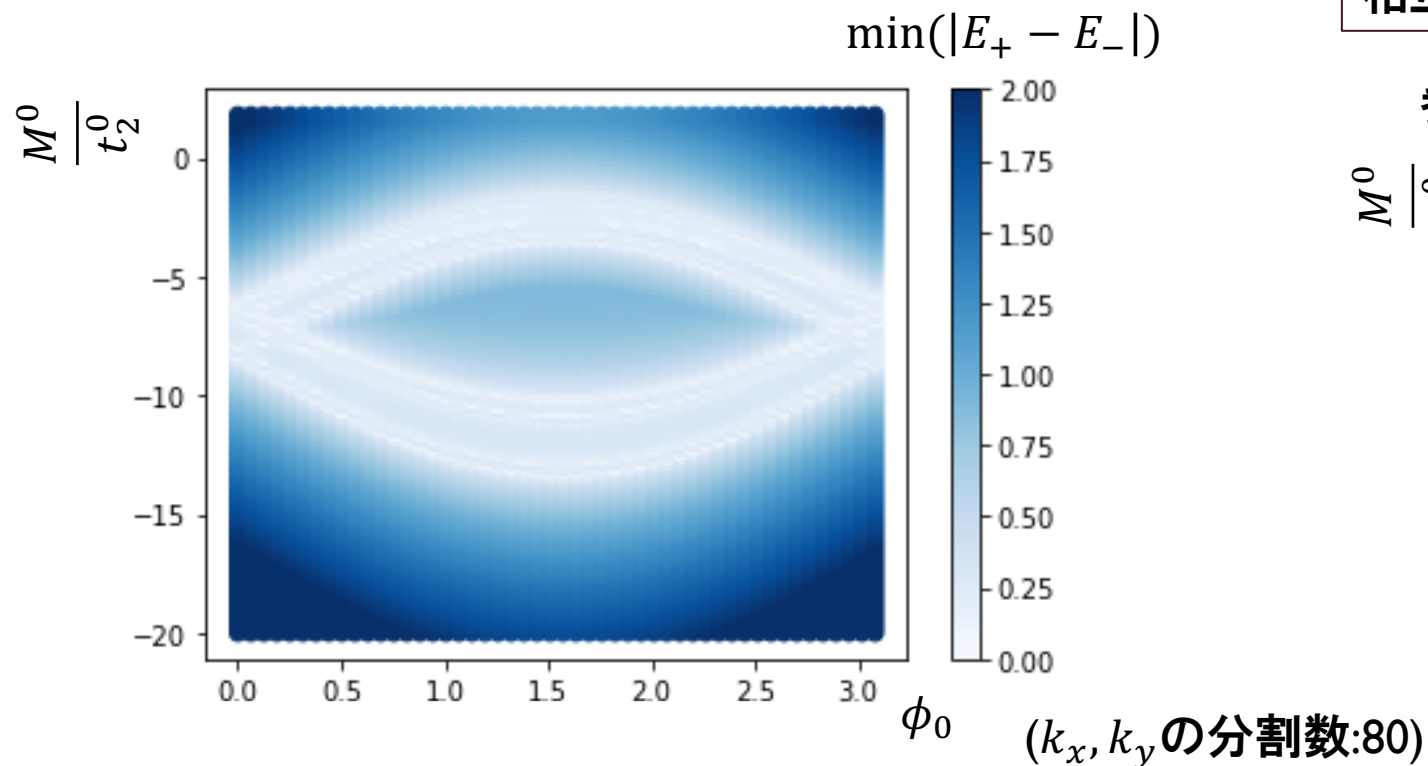
ハルデンモデル(System) : 最近接hopping $-t_1^0$
 次近接hopping $-t_2^0 e^{\pm i\phi^0}$

ハニカム格子モデル(Lead) : 最近接hopping $-t_1^{lead}$
 化学ポテンシャル μ_L

Effective Hamiltonian $H_{\text{eff}} = \underbrace{H_{\text{halden}}}_{\text{ハルデンモデル}} + \underbrace{\Sigma'_L}_{\text{Leadからの寄与 (Non Hermitian)}}$

研究内容 -計算結果-

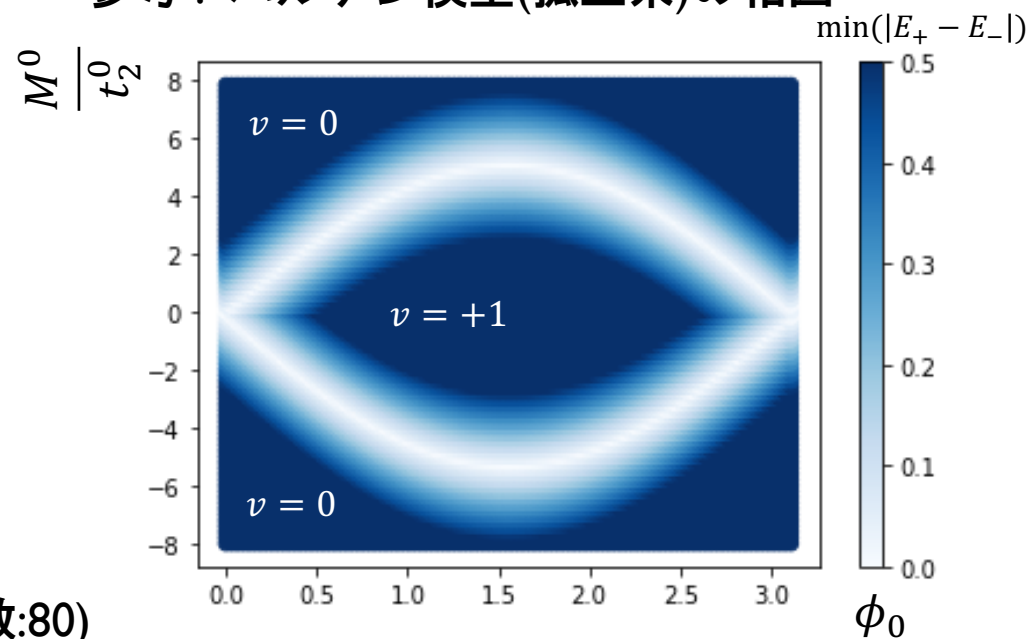
$\frac{M^0}{t_2^0} - \phi_0$ 平面で $\min(|E_+ - E_-|)$ をプロット



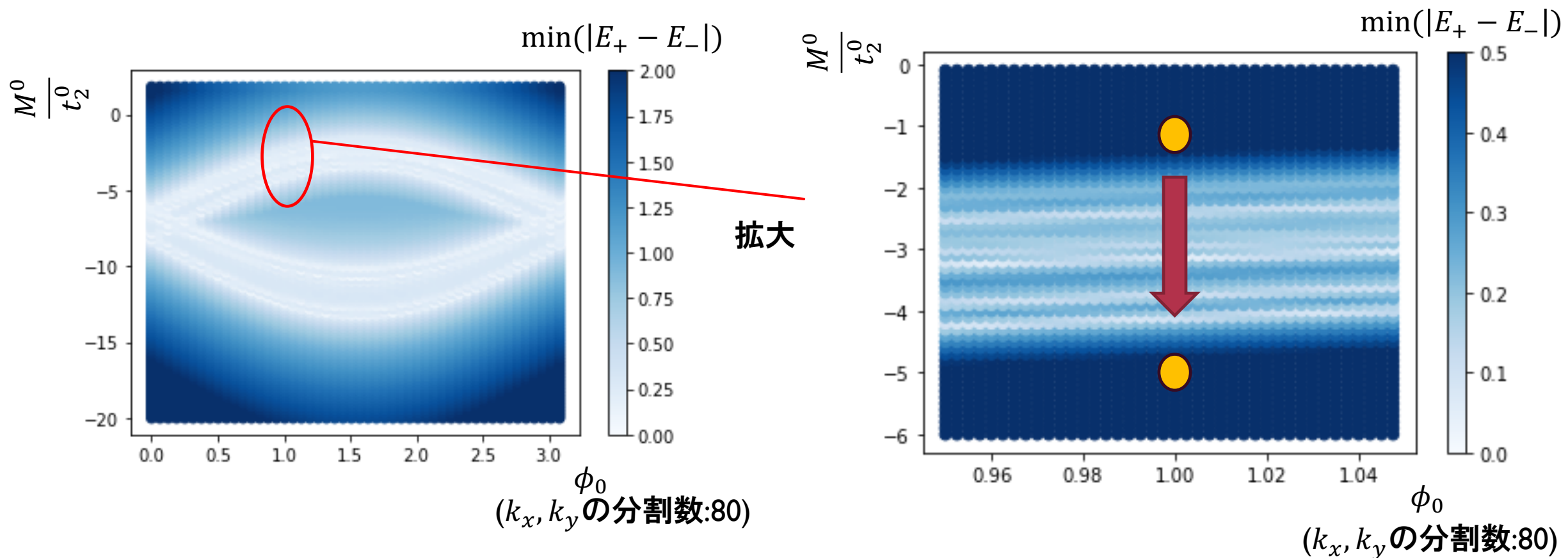
パラメータ

System $t_1^0 = 1, t_2^0 = 0.1, M^0, \phi^0$: 変数
Lead $t_1^{lead} = 0.5, \mu_L = 1.2, M^{lead} = 1, t_z = 1$
相互作用 $V_{SL} = 1$

参考：ハルデン模型(孤立系)の相図



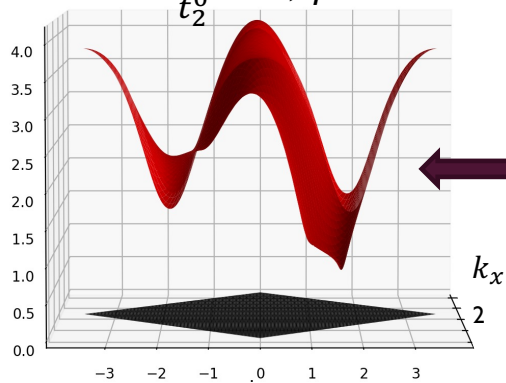
研究内容 -計算結果-



バンドが閉じて、また開く過程のバンド構造を見ていく

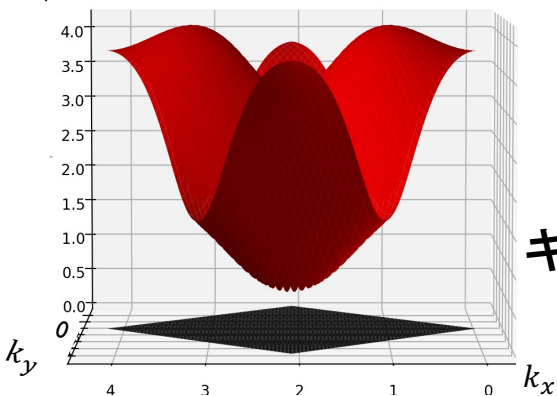
研究内容 -バンド構造-

$|E_+ - E_-|$ $\frac{M^0}{t_2^0} = -1, \phi^0 = 1$

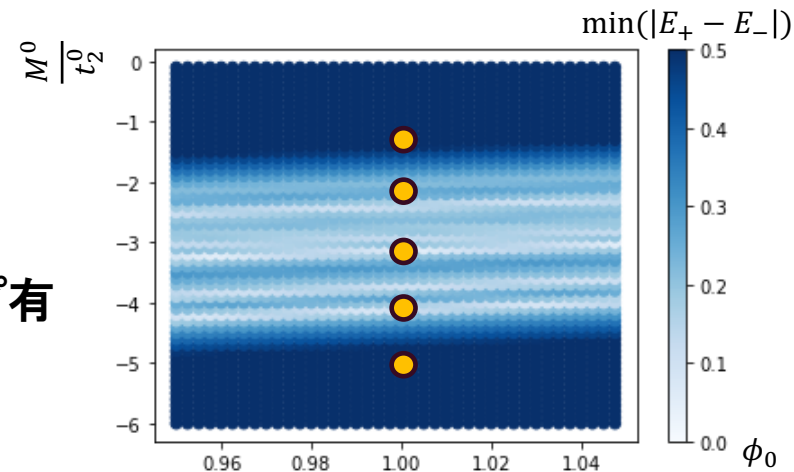


視点を90度変更

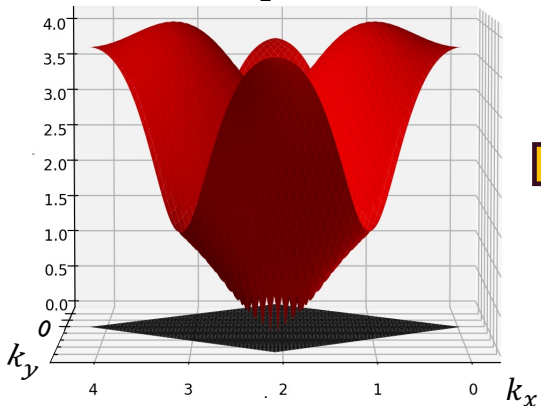
全ての図で k_x, k_y の分割数200



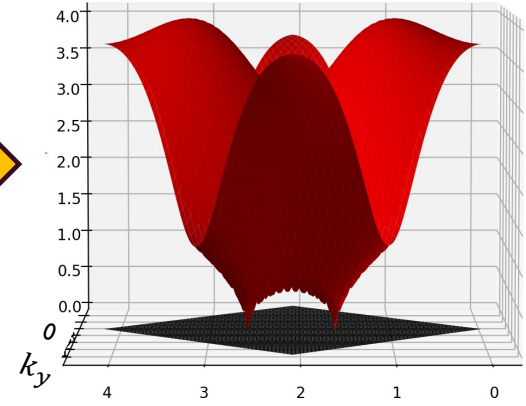
ギャップ有



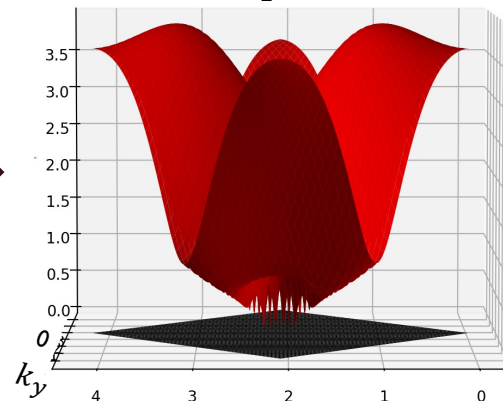
$|E_+ - E_-|$ $\frac{M^0}{t_2^0} = -2$



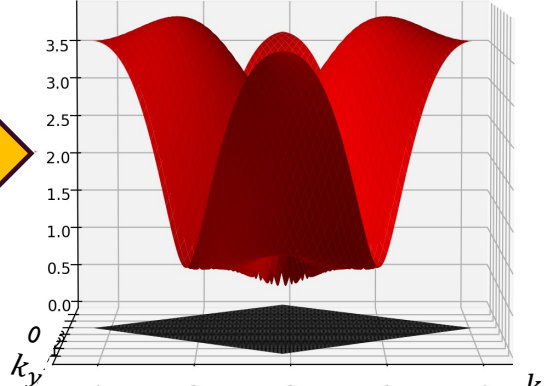
$|E_+ - E_-|$ $\frac{M^0}{t_2^0} = -3$



$|E_+ - E_-|$ $\frac{M^0}{t_2^0} = -4$



$|E_+ - E_-|$ $\frac{M^0}{t_2^0} = -5$



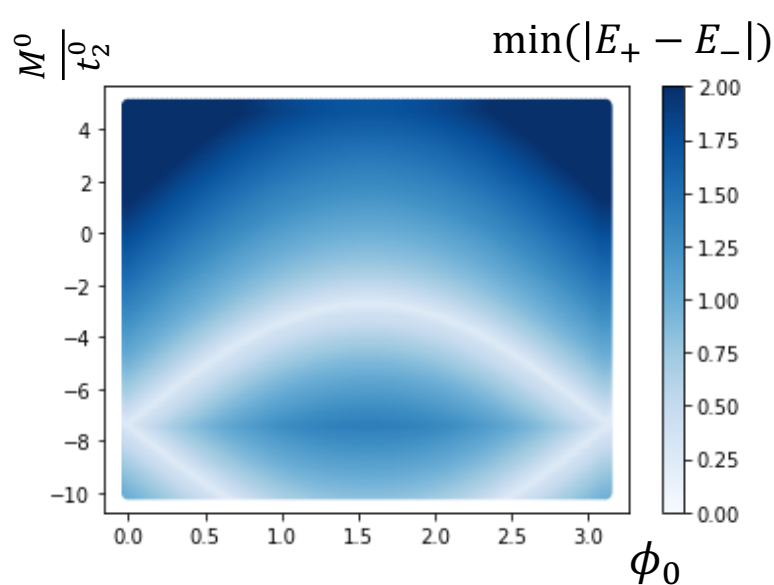
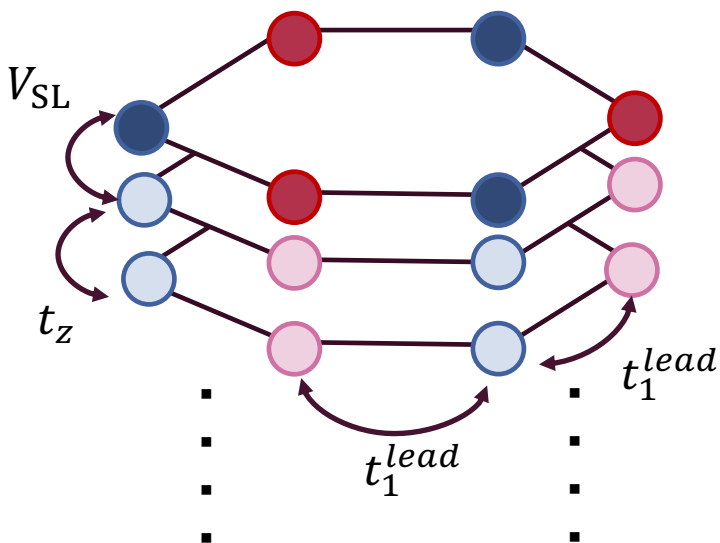
1点が2点に分裂(Exceptional points?)

2点から1点に戻る

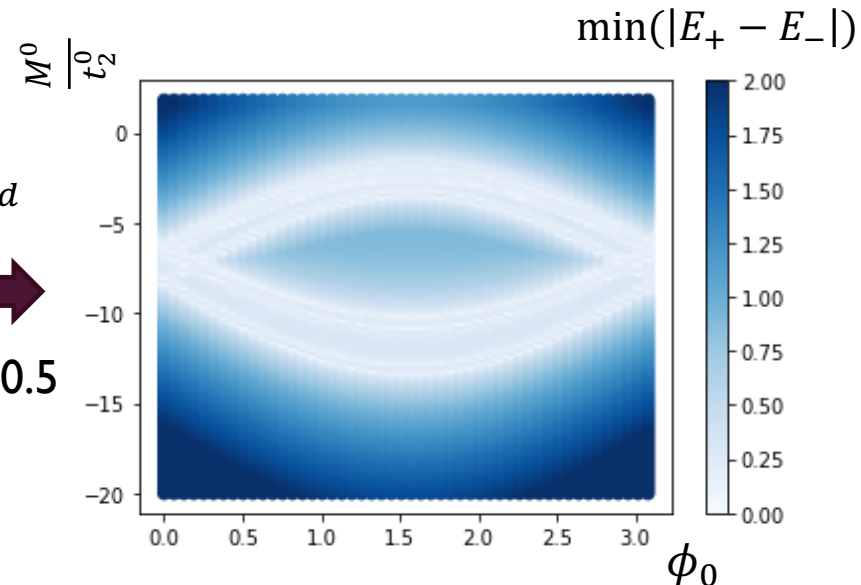
ギャップが開く

考察

z方向hopping t_z に対して t_1^{lead} が大きいと
従来とは違う振る舞いと起こす



t_1^{lead}
0.1 → 0.5



※縦軸のスケール、0の位置が違います

→ 今後：Lead側で次近接hoppingがあるような系(ハルデン模型)をつけてみる

まとめ

- ・ 非エルミート系のトポロジーを学ぶことができた
- ・ ハルデン模型に対して自己エネルギーの効果を取り入れることで従来とは違うバンド構造を確認することができた

やり残したこと: 今後

- ・ ギャップレス点周りでのwinding number を計算してみる
- ・ Lead側にもハルデン模型をつけてみる

終わり

- ご静聴、ありがとうございました

先行研究 -自己エネルギー項-

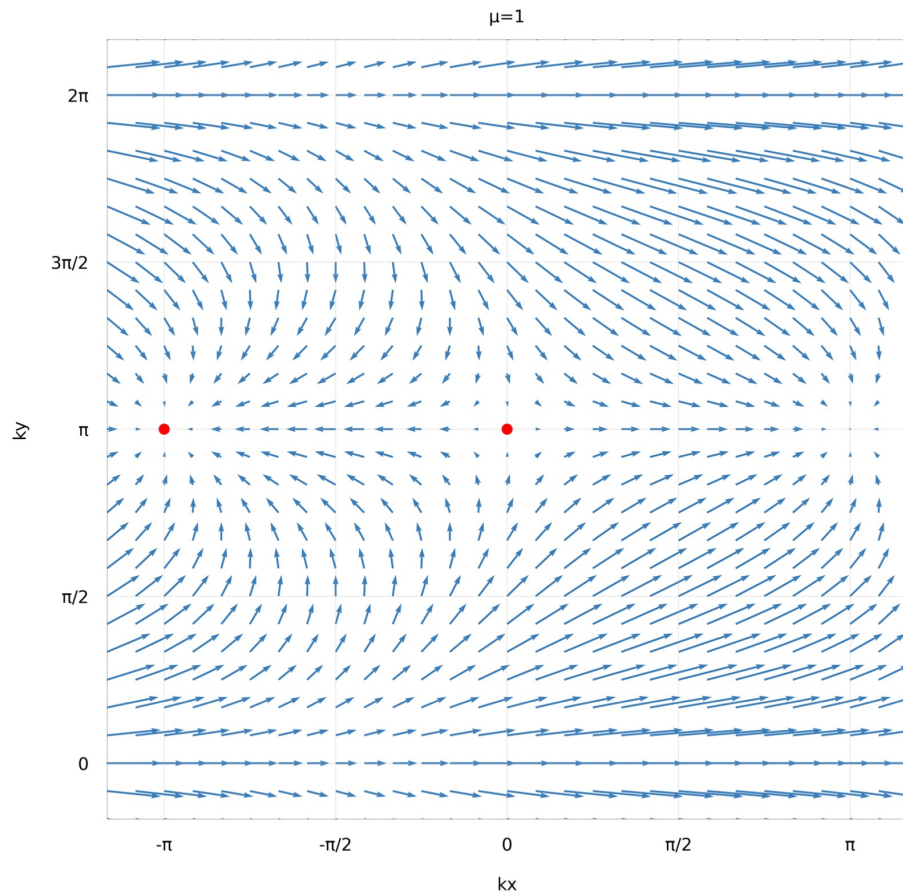
$$\text{自己エネルギー } \Sigma_L = H_{LS}^\dagger G_0^{lead} H_{LS} \quad (\text{この表式の導出は省略})$$

- ・ 強磁性体(lead)のグリーン関数から導かれる
- ・ 自己エネルギー Σ_L は非エルミート

→ H_{eff} は非エルミート

→ 系のエネルギーは複素エネルギー(虚部が放出を示す)

複素エネルギーのWINDING NUMBER



モデル(複素エネルギーを持つ)

$$E_{\mu} = \sin(k_x) + \mu + e^{ik_y}$$

複素エネルギーの方向を矢印で記述
 $W=+1$ と -1 に分裂